

NUMERIČNA IN EKSPERIMENTALNA ANALIZA UTRUJANJA V LOMNOMEHANSKEM PRESKUŠANCU NESTANDARDNE OBLIKE

NUMERICAL AND EXPERIMENTAL ANALYSES OF FATIGUE IN A NON-STANDARD FRACTURE-MECHANICS SPECIMEN

Igor Kovše

Inštitut za metalne konstrukcije, Mencingerjeva 7, 1001 Ljubljana, Slovenija
igor.kovse@imk.si

Prejem rokopisa - received: 2002-12-09; sprejem za objavo - accepted for publication: 2003-03-11

V prispevku je prikazana numerična simulacija rasti utrujenostne razpoke pri mešanem lomnem načinu. Postopek je avtomatiziran do te mere, da je kot vhodni podatek potrebno podati le obris območja tj. preskušanca, začetno mesto razpoke in materialne parametre, kot končni rezultat pa med drugim dobimo pot razpoke in odnose $K_I(a)$, $K_{II}(a)$, $N(a)$, tj. faktorja intenzitete napetosti in število ciklov v odvisnosti od dolžine razpoke. Za numerične izračune je uporabljena metoda končnih elementov. Rast utrujenostne razpoke je simulirana z vrsto prirastkov razpoke končne dolžine. Mreža končnih elementov je po vsakem prirastku razpoke generirana avtomatično. Numerični rezultati so primerjani s preskusom na preskušancu nestandardne oblike. Med preskusom smo na osnovi izmerjene podajnosti sproti določali tudi dolžino razpoke.

Ključne besede: utrujanje, mehanika loma, končni elementi, pot razpoke

This paper presents a numerical simulation of crack propagation in mixed mode fatigue. The procedure is automatic in so far as only the specimen's geometry, the starting point of the crack and the material parameters are needed as input, and the output is the crack path, and the functions $K_I(a)$, $K_{II}(a)$, $N(a)$, i.e. stress-intensity factors and the number of cycles depending on the crack length a . The finite-element method is used in the calculation. Crack growth is simulated in a series of crack increments of finite size. The finite-element mesh is automatically generated after each crack increment. The numerical results are compared to the results of the experiment on a specimen with non-standard geometry. During the experiment the crack length was measured automatically from the compliance of the specimen.

Key words: fatigue, fracture mechanics, finite elements, crack path

1 UVOD

Motivacija za analizo vpliva razpok na vedenje konstrukcij, predvsem kovinskih, temelji na naslednjih dejstvih:

- Velik delež porušitev in poškodb konstrukcij v obratovanju ima za vzrok razpoko ali razpoki podobno napako v materialu.
- Manjša nosilnost elementov, ki so obremenjeni s ponavljajočo se obremenitvijo, tj. z utrujanjem, je posledica nastanka in rasti razpok.
- Materiali z višjo trdnostjo in elementi z večjimi debelinami - kar je usmeritev današnjega razvoja - so večkrat manj žilavi oziroma bolj občutljivi za razpoke.
- Razpoka lahko privede do hipnih porušitev brez na zunaj vidnih deformacij ali poškodb, ki bi nakazovale nevarnost porušitve.
- Poznanje zakona rasti razpok omogoča oceno trajnostne dobe konstrukcij.

Vpliv razpok na vedenje konstrukcije lahko zagemo posredno z njihovim vplivom na materialne parametre. Ta način, s tako imenovanimi "razmazanimi" razpokami, se pogosto uporablja v mehaniki poškodb. Drugi način, ki ga uporablja mehanika loma, je upoštevaje dejanske geometrije razpoke kot dve različni a

geometrijsko ujemajoči se ploskvi. Tak način je uporabljen tudi v nadaljevanju.

Pri uspešni analizi razpok v konstrukciji moramo kvantitativno odgovoriti vsaj na dve naslednji vprašanji:

1. *Kakšna je odvisnost med nosilnostjo konstrukcije ali njenega elementa in velikostjo razpoke?*

To odvisnost ponazorimo z neenačbo:

$$K_I(a,P) \leq K_{Ic} \quad (1.1)$$

K_{Ic} je lomna žilavost in je lastnost materiala, faktor intenzitete napetosti K_I pa je računaska vrednost odvisna od geometrije elementa konstrukcije z razpoko, obtežbe P in dolžine razpoke a . Enakost v zgornji neenačbi pomeni, da je doseženo kritično stanje ob porušitvi.

2. *Kako dolgo traja, da razpoka določene začetne velikosti naraste do neke končne (navadno kritične) velikosti?*

Odgovor dobimo z integracijo naslednje enačbe o hitrosti rasti razpoke \dot{a} :

$$\dot{a} = \frac{da}{dt} = F(K_I(a,P)) \quad (1.2)$$

Funkcijo F določimo iz dinamičnega preskusa, pri katerem vzorec obremenjujemo z obtežbo P , ki se periodično spreminja s časom t .

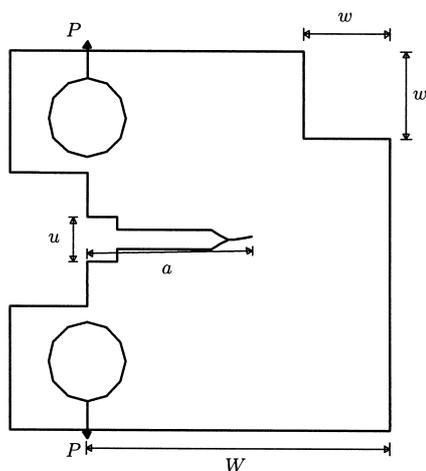
Analiza je torej kombinacija numeričnih in eksperimentalnih metod, kjer odvisnost $K_I(a,P)$ določamo z numeričnim izračunom, materialno lastnost K_{Ic} in funkcijo F pa s preskusi. V nadaljevanju je ta postopek prikazan za nestandardni lomnomehanski vzorec, ki smo ga imenovali CTN, kjer za $K_I(a)$ ne obstajajo analitične ali numerične rešitve. Vzorec CTN je nekoliko spremenjeni standardni lomnomehanski CT vzorec, vendar ga lahko imamo za detajl, ki je kritičen za vedenje hipotetične konstrukcije. Z nestandardno geometrijo smo nameravali pokazati, kako se principi lomne mehanike ob primerno razvitih numeričnih in eksperimentalnih metodah lahko uporabijo pri analizi napredovanja razpoke - tj. utrujanja - v poljubnem konstrukcijskem detajlu.

2 RAČUN ODVISNOSTI $K_I(a,P)$

Odnos $K_I(a,P)$ potrebujemo za določitev kritičnega stanja po enačbi (1.1) in za prikaz hitrosti rasti razpoke po enačbi (1.2). Faktor intenzitete napetosti K_I je linearno odvisen od sile P , zato se problem določanja $K_I(a,P)$ prevede le na določitev odvisnosti $K_I(a)$, kjer K_I pomeni K_I pri enotni sili P . Za nekatere (enostavnejše, standardizirane) primere je ta odnos znan v analitični obliki, v splošnem pa ga je treba določiti numerično.

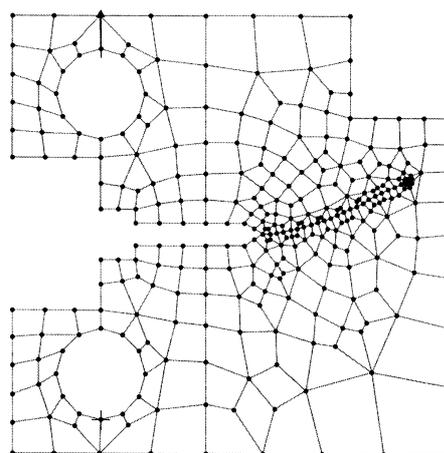
Določevanje odnosa $K_I(a)$ je le eden izmed rezultatov numerične simulacije rasti razpoke. Simulacija, ki je prikazana v tem prispevku, temelji na metodi končnih elementov (MKE).

Vhodni podatki za simulacijo so obris področja v ravnini z določeno točko, v kateri se razpoka začne, in karakteristike obravnavanega materiala. V našem primeru je to obris vzorca CTN (modificirani CT vzorec) s **slike 2.1** z dimenzijami: širina $W = 50$ mm, debelina $B = 25$ mm, začetna dolžina razpoke $a_0 = 24,5$ mm, velikost izreza $w = 14$ mm. Podobno obliko preskušanca je analiziral že Lining ². Upoštevali smo linearno elastični



Slika 2.1: Obris vzorca CTN kot vhodni podatek za numerično analizo

Figure 2.1: The contour of the CTN specimen as the input to the numerical analysis



Slika 2.2: Mreža končnih elementov, generirana avtomatično pri dolžini razpoke $a = 39$ mm

Figure 2.2: The finite-element mesh generated automatically at the crack length $a = 39$ mm

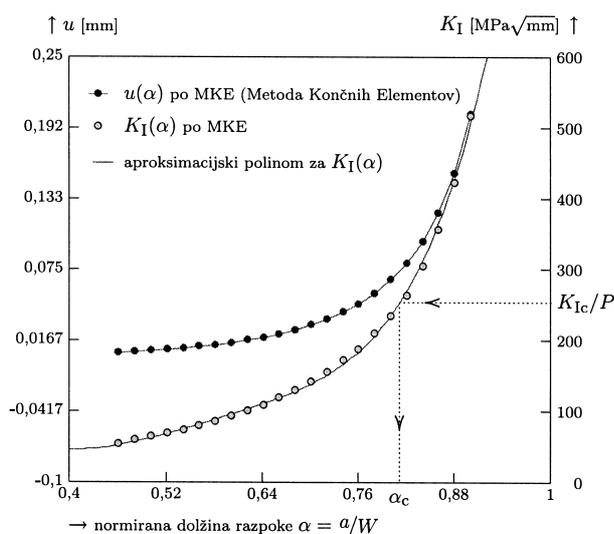
material s parametroma za jeklo: modul elastičnosti $E = 2,1 \cdot 10^5$ MPa in Poissonov količnik $\nu = 0,3$. Vzorec je bil narejen iz konstrukcijskega jekla s povišano napetostjo tečenja ($\sigma_y = 430$ MPa) z oznako S355J2H po standardu EN 10210-1.

Rast razpoke simuliramo z vrsto diskretnih prirastkov razpoke Δa , pri čemer uporabimo avtomatično generacijo mreže končnih elementov pri vsakem prirastku razpoke znova (**slika 2.2**). Generator mreže temelji na algoritmu ³ in je podrobno opisan v ⁴. Po vsaki generirani mreži izračunamo pomike, deformacije in napetosti po standardnem MKE-postopku, nato pa računamo parametre linearno elastične mehanike loma - K_I , K_{II} , J , G in smer rasti razpoke ϕ .

Parametre mehanike loma računamo z metodo virtualne rasti razpoke (VCE) ⁵. Gre za metodo, po kateri vrh razpoke podaljšamo za majhno vrednost (reda velikosti 1/1000 dolžine končnega elementa ob vrhu razpoke), nato pa iz razlik potencialnih energij pred podaljšanjem razpoke in po njem izračunamo hitrost sproščanja deformacijske energije G . Z razčlenitvijo pomikov na simetrični in nesimetrični del ⁶ lahko po istem postopku izračunamo G_I in G_{II} , ki ustrezata lomnima načinoma I in II, iz teh vrednosti pa K_I in K_{II} . Kot ϕ nam podaja smer naslednjega prirastka razpoke. Določimo ga kot smer, v kateri hitrost sproščanja deformacijske energije G doseže maksimum ⁷.

Z vrsto zaporednih prirastkov razpoke dobimo tako pot razpoke, odvisnost $K_I(a)$ od dolžine razpoke a in podobno tudi odvisnosti $K_{II}(a)$, $J(a)$, $G(a)$, $\phi(a)$.

Za CTN vzorec smo po zgoraj opisani metodi dobili potek $K_I = K_I(\alpha)$ kot je prikazan na **sliki 2.3**. Tukaj smo z $\alpha = a/W$ označili normirano dolžino razpoke. Če poznamo lomno žilavost materiala K_{Ic} , lahko iz tega diagrama določimo kritično dolžino razpoke $a_c = \alpha_c W$ kot je prikazano na **sliki 2.3**. Razpoka pri tem vzorcu ne poteka premočrtno (glej **slika 4.1**). Dolžino razpoke a zato tukaj



Slika 2.3: Numerična analiza po MKE. Odvisnosti pomika $u = u(\alpha)$ in $K_I = K_I(\alpha)$ za vzorec CTN in za enotno silo $P = 1$ kN

Figure 2.3: FEM analysis. The dependencies $u = u(\alpha)$ and $K_I = K_I(\alpha)$ for the CTN model and the unit force $P = 1$ kN.

jemljemo kot ločno dolžino - čeprav bi lahko za nadaljnje izvajanje vzeli tudi kako drugačno definicijo za a .

3 DOLOČANJE DOLŽINE RAZPOKE IZ PODAJNOSTI

Podajnost $C = u/P$ je definirana kot razmerje med pomikom u v določeni točki telesa in silo P , ki deluje na to telo. Pri podaljšanju razpoke a se (pri enaki sili P) spremeni pomik u , zaradi tega pa tudi podajnost C . Odnos $C = C(a)$ je v splošnem nelinearen. Navadno uporabimo normirano podajnost c , ki jo definiramo s $c = C \cdot B \cdot E$. Odnos med dolžino razpoke a in podajnostjo vzorca c oziroma inverzno funkcijo $a = a(c)$ lahko uporabimo pri meritvi dolžine razpoke med utrujenostnim preskusom. Z zgoraj opisano numerično metodo določimo funkcijo $a = a(c)$ na naslednji način.

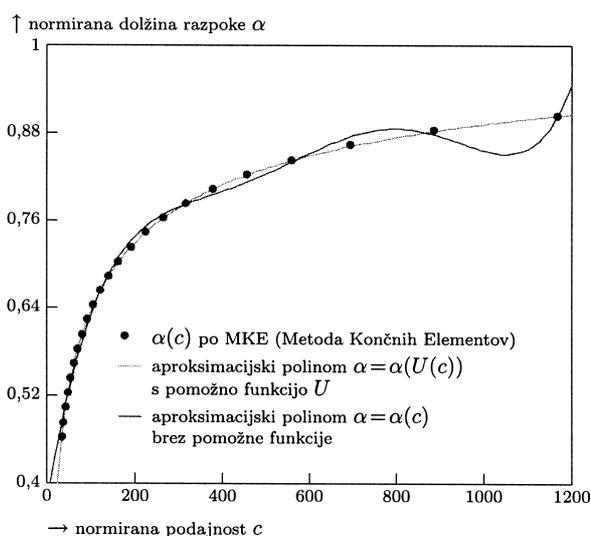
Odnos $u = u(\alpha)$ (slika 2.3) oz. $c = c(\alpha) = u(\alpha)/P$ dobimo na enak način kot odnos $K_I(a)$: z zaporednimi numerični rešitvami po MKE ob podaljševanju dolžine razpoke a .

Inverzno funkcijo $\alpha = \alpha(c)$ aproksimiramo s polinomom po metodi najmanjših kvadratov⁸. Funkcija $\alpha(c)$ ima obliko, ki se po navadi ne da zadovoljivo aproksimirati s polinomom, zato je treba uporabiti pomožno funkcijo U . Priporočljivo je to funkcijo izbrati v obliki:

$$U(c) = \frac{1}{\sqrt{c+1}}$$

in namesto funkcije $\alpha = \alpha(c)$ računati s funkcijo $\alpha = \alpha(U(c))$. Na osnovi numerično dobljenih vrednosti za $c = c(\alpha)$ smo tako določili aproksimacijski polinom za vzorec CTN

$$\alpha(U(c)) = k_0 + k_1 U + k_2 U^2 + k_3 U^3 + k_4 U^4 \quad (3.1)$$



Slika 3.1: Odvisnost $\alpha = \alpha(c)$ za vzorec CTN in aproksimacijska polinoma z in brez pomožne funkcije U

Figure 3.1: The relation $\alpha = \alpha(c)$ for the CTN specimen and the approximation polynomials, with and without the auxiliary function U

s koeficienti

$$k_0 = 1,0660, k_1 = -6,2426, k_2 = 17,688, k_3 = -2,9554, k_4 = -150,78$$

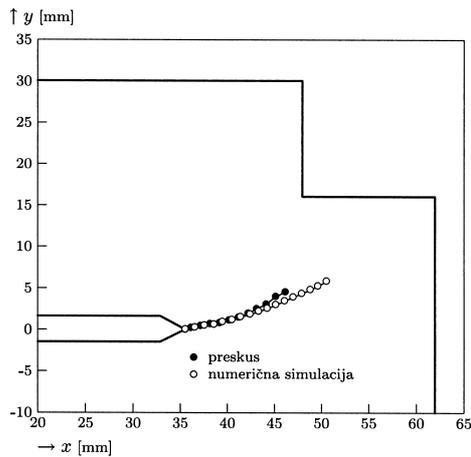
Dobro ujemanje aproksimacijskega polinoma z numeričnimi vrednostmi je razvidno s slike 3.1. S te slike je tudi razvidno, da dobimo popolnoma neprimerno aproksimacijo za odnos $\alpha = \alpha(c)$, če ne uporabimo funkcije U .

4 UTRUJENOSTNI PRESKUS VZORCA IN PRIMERJAVA Z RAČUNOM

Za določitev zakona F iz enačbe (1.2) naredimo preskus, pri katerem vzorec obremenjujemo s silo, ki se periodično spreminja s frekvenco f in amplitudo $\Delta P = P_{\max} - P_{\min}$. Pri tem štejemo število ciklov obremenitve N in merimo dolžino razpoke a . Dolžino razpoke lahko merimo kar iz podajnosti C . Namreč s sprotno meritvijo sile P in pomika u določimo podajnost $C = u/P$, iz odnosa $\alpha = \alpha(c)$, ki smo ga določili v prejšnjem poglavju, pa izračunamo dolžino razpoke a . Z izmerjenimi a in N in računsko določenim $K_I(a, P)$ lahko določimo funkcijo F iz enačbe (1.2).

V nadaljevanju prikazujemo rezultate preskusa in računa za nestandardni vzorec CTN. Pri preskusu smo vzorec CTN obremenjevali s ciklično obremenitvijo s frekvenco $f = 4$ Hz, s konstantno amplitudo sile $\Delta P = 10$ kN in z razmerjem sil $R = P_{\min}/P_{\max} = 0,2$. Na sliki 4.1 je primerjava numerično določene poti razpoke z obliko razpoke pri preskusu vzorca.

Med preskusom smo določali dolžino razpoke a iz izmerjene podajnosti c po enačbi (3.1). Za kontrolo smo dolžino razpoke merili tudi z optičnim mikroskopom. Primerjava obeh metod je na sliki 4.2.

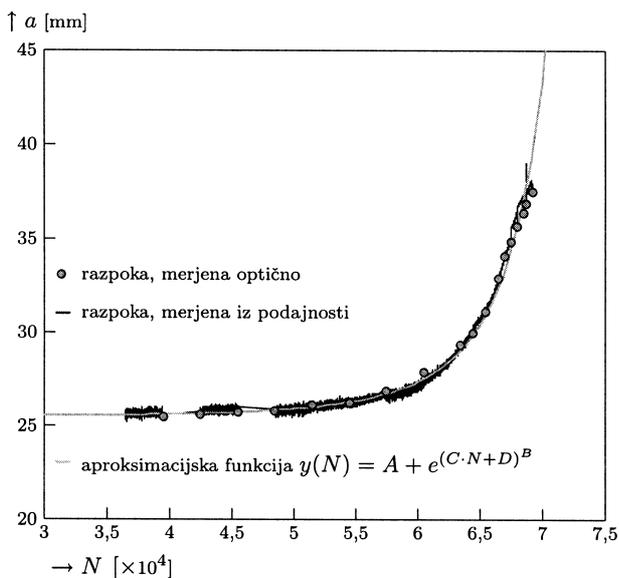


Slika 4.1: Primerjava numerično simulirane poti razpoke in dejanske oblike razpoke po utrujenostnem preskusu

Figure 4.1: Comparison of the numerically simulated crack path with the experimental crack path

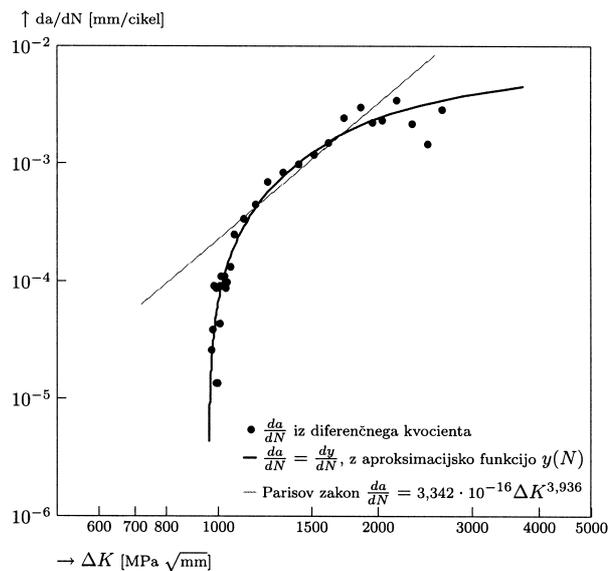
Za določitev funkcije F iz enačbe (1.2) potrebujemo odvod da/dt oziroma odvod da/dN , saj velja $da/dt = da/dN \cdot dN/dt = da/dN \cdot f$. Direktno računanje odvoda da/dN iz izmerjenih parov vrednosti (a, N) (tj. z diferenčnim kvocientom) ni primerno, ker prihaja do velikega raztrosa rezultatov (9, glej tudi **sliko 4.3**). Zaradi tega smo izmerjeno krivuljo $a = a(N)$ aproksimirali z eksponentno funkcijo $y(N) = A + e^{(C \cdot N + D)^B}$ (prikazana je na **sliki 4.2**) in z odvajanjem te funkcije določili hitrost razpoke $da/dN = dy/dN = y'$. Neznane koeficiente A, B, C, D v funkciji $y(N)$ smo določili po posebnem postopku 9:

$$A = 24,5, B = 9,9902, C = 11,02 \cdot 10^{-6}, D = 0,3417$$



Slika 4.2: Dolžina razpoke v odvisnosti od števila ciklov. Primerjava dveh metod merjenja razpoke: iz podajnosti in optično

Figure 4.2: Crack length as a function of the number of cycles. Comparison of two measurement methods: optical and compliance methods.



Slika 4.3: Zakon hitrosti rasti razpoke. Vrisane so vrednosti da/dN , dobljene z numeričnim odvajanjem izmerjenih vrednosti (z diferenčnim kvocientom), z odvajanjem aproksimacijske funkcije in Parisov zakon.

Figure 4.3: The crack-growth rate law from the experiment on the CTN specimen. The values of da/dN are obtained with numerical differentiation of the measured values and with the differentiation of the approximating function $y(N)$. Also shown is the Paris line.

Z znanimi funkcijami $a = y(N)$, $da/dN = y'$ in $\Delta K_I(a) = \Delta PK_I(y(N))$ poznamo tudi odnos F . Za opravljen preskus na CTN-vzorcu je ta odnos narisana na **sliki 4.3**. Lahko ga uporabimo pri integraciji enačbe (1.2) namesto standardne Parisove krivulje, ki v logaritemskem merilu pomeni linearizacijo dela tega odnosa.

5 SKLEP

Prikazana je numerična in eksperimentalna analiza utrujenostne razpoke pri nestandardni geometriji preskušanca. Numerična simulacija je bistveno poenostavljena z uvedbo avtomatičnega generiranja mreže končnih elementov po vsakem prirastku razpoke. S simulacijo dobimo odvisnost poljubnega lomnomehanskega parametra od dolžine razpoke. Razen tega je s simulacijo mogoče zadovoljivo napovedovati razvoj tudi nesimetričnih, tj. zakrivljenih razpok. Rezultati simulacije so uporabljeni za sprotne meritve razpoke iz podajnosti med preskusom. Pokazali smo, da je z uporabo aproksimacijskih funkcij mogoče veliko boljše simulirati zakon hitrosti rasti razpoke kot s Parisovo enačbo, ki pomeni linearizacijo dela tega zakona. To je pomembno za bolj realistično oceno trajnostne dobe konstrukcijskega elementa, izpostavljenega utrujanju.

Zahvala

Avtor se zahvaljuje Ministrstvu za šolstvo, znanost in šport RS za sofinanciranje raziskovalnega projekta v okviru katerega je nastal ta prispevek.

6 LITERATURA

- ¹ Evalds H. L., Wanhill R. J. H., Fracture mechanics, Edward Arnold in Delftse Uitgevers Maatschappij, Delft, 1985
- ² Lining W., Some Aspects of the Prediction of Fatigue Crack Paths. Mixed-Mode Fatigue and Fracture, ESIS 14 (Edited by P. Rossmanith and K. J. Miller), Mechanical Engineering Publications, London, 1993, 201-215
- ³ Zhu J. Z., Zienkiewicz O. C., Hinton E., Wu J., A New Approach to the Development of Automatic Quadrilateral Mesh Generation. Int. J. Num. Meth. Eng., 32 (1991), 849-866

- ⁴ Kovše I., Fatigue crack path prediction under the conditions of linear elastic fracture mechanics. Master's degree in Slovene) (No. 133), FGG, Ljubljana, 1996
- ⁵ Hellen T. K., On the Method of Virtual Crack Extensions. Int. J. Num. Meth. Eng., 9 (1975) 187-207
- ⁶ Xie M., Gerstle W. H., Rahulkumar P., Energy-Based Automatic Mixed-Mode Crack-Propagation Modeling. J. Eng. Mech. (ASCE), 121 (1995) 8, 914-923
- ⁷ Kovše I., Fatigue crack in the elastic-plastic material. Ph. D. Thesis (in Slovene), Univerza v Ljubljani, FGG, 1998
- ⁸ Bohte Z., Numerične metode. DZS, Ljubljana, 1978
- ⁹ Smith F., Hooeppner D. W., Use of the Four Parameter Weibull Function for Fitting Fatigue and Compliance Calibration Data. Eng. Frac. Mech., 36 (1990) 1, 173-178